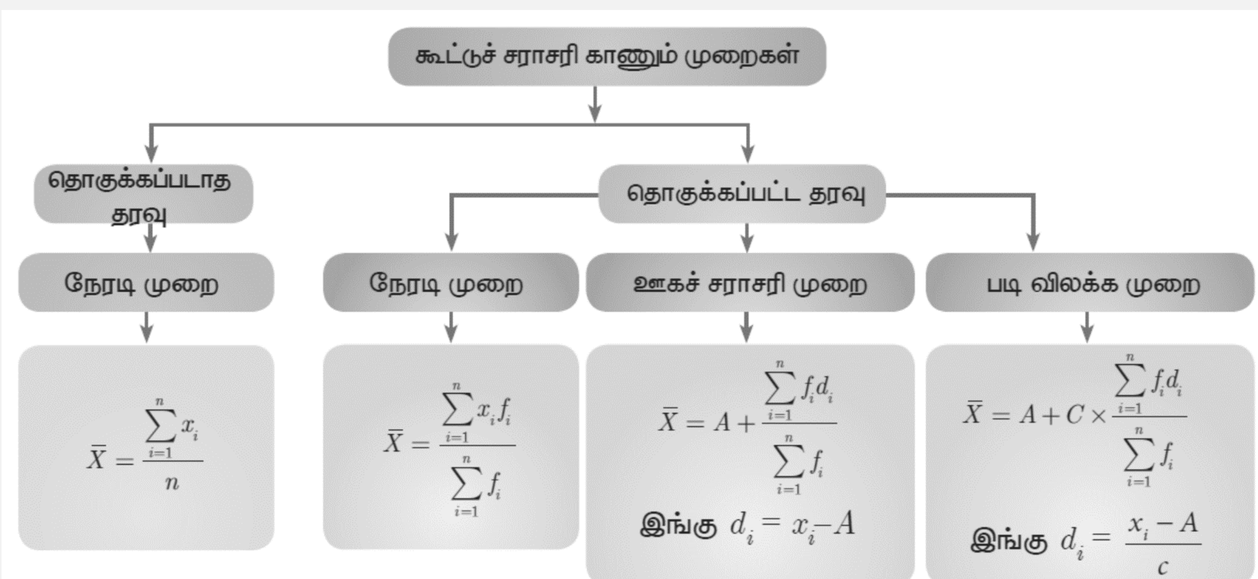
# 8. புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்

## பயிற்சி 8.1 – க்கான அறிமுகம்

### நினைவில் கொள்ள...

**மையப்போக்கு அளவைகள்:** மையப்போக்கு அளவைகள் என்பது முழுப்புள்ளி விவரங்களையும் குறிக்கத்தக்கதான ஒரு தனி மதிப்பீட்டு எண்ணாகும். இந்த எண்ணை மையப்போக்கு அளவு அல்லது சராசரி எனவும் கூறலாம். மையப்போக்கு அளவைகளில் பொதுவானவை கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலை அளவு, முகடு

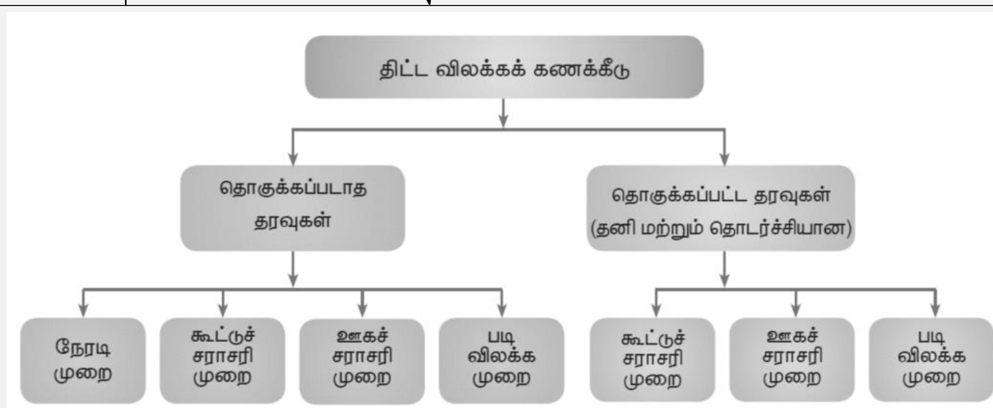
| | |
|---|---|
| தரவு | ஒரு கோட்பாட்டைத் தகுந்த எண்ணளவில் குறிப்பிடுவதைத் தரவு என்கிறோம். |
| தரவுப்புள்ளி | தரவின் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் தரவுப்புள்ளி என்கிறோம். |
| மாறி | ஓர் கணக்கெடுப்பில் எடுத்துக்கொள்ளப்படும் அளவுகள் மாறிகள் எனப்படுகின்றன. மாறிகள் பொதுவாக $x_{\mathrm{i}}$ என்று குறிக்கப்படும். இங்கு $i = 1,2,3, \ldots, n.$ எனக் குறிக்கப்படுகின்றன. |
| நிகழ்வெண்கள் | ஒரு தரவில், ஒரு மாறி எவ்வளவு முறை வருகிறதோ, அந்த எண்ணிக்கையை நாம் மாறியின் நிகழ்வெண் என்கிறோம்<br>பொதுவாக நிகழ்வெண் என்பது $f_{\mathrm{i}}$ என்று குறிக்கப்படும்.இங்கு , $i = 1,2,3, \ldots, n.$ எனக் குறிக்கப்படுகின்றது. |
| கூட்டுச் சராசரி | கூட்டுச் சராசரி அல்லது சராசரி என்பது கொடுக்கப்பட்ட தரவுப் புள்ளிகளின் கூடுதலை தரவுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையைக் கொண்டு வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மதிப்பு ஆகும். இதனை $\bar{x}$ எனக் குறிப்பிடுவோம் ($x$ பார் என உச்சரிப்போம்) $\bar{x} = \frac{\text{தரவுப் புள்ளிகளின் கூடுதல் மதிப்பு}}{\text{தரவுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை}}$ |




**பரவல்களின் பல்வேறு அளவைகள்:**

1. வீச்சு
2. சராசரி விலக்கம்
3. கால்மான விலக்கம்
4. திட்ட விலக்கம்
5. விலக்க வர்க்க சராசரி
6. மாறுபாட்டுக் கெழு

| | |
|---|---|
| வீச்சு | தரவில் கொடுக்கப்பட்ட மிகப் பெரிய மதிப்பிற்கும் மிகச் சிறிய மதிப்பிற்கும் உள்ள வேறுபாடு வீச்சு எனப்படும். **வீச்சு:** $R = L - S$ <br> **வீச்சின் குணகம் (அ) கெழு** $= \frac{L-S}{L+S}$ <br> இங்கு $L$- தரவுப் புள்ளிகளின் மிகப் பெரிய மதிப்பு <br> $S$- தரவுப் புள்ளிகளின் மகச் சிறிய மதிப்பு. |
| சராசரியிலிருந்து விலகல் | கொடுக்கப்பட்ட $x_1, x_2, x_3 \dots . x_n$ என்ற $n$ தரவுப்புள்ளிகளுக்கு $x_1 - \bar{x}$ , $x_2 - \bar{x} \dots,$ $x_n - \bar{x}$ என்பன சராசரி $\bar{x}$ –லிருந்து உள்ள விலகல்கள் ஆகும். |
| சராசரியிலிருந்து விலக்க வர்க்கம் | $x_1, x_2 .. x_n$ ஆகியவைகளின் சராசரி $\bar{x}$ –லிருந்து உள்ள விலகல்களின் வர்க்கங்கள் $(x_1 - \bar{x})^2, (x_2 - \bar{x})^2, \dots (x_n - \bar{x})^2$ அல்லது $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ ஆகும். |
| விலக்க வர்க்கச் சராசரி **(Variance)** | தரவுத் தொகுப்பிலுள்ள ஒவ்வொரு தரவுப் புள்ளிக்கும், அதன் கூட்டு சராசரிக்கும் உள்ள வித்தியாசங்களை வர்க்கப்படுத்தி, அந்த வர்க்கங்களுக்கு சராசரி காண்பது விலக்க வர்க்கச் சராசரி ஆகும். இதை $\sigma^2$ என்று குறிக்கலாம். <br> விலக்க வர்க்கச் சராசரி = விலக்கத்தின் வர்க்கத்தின் சராசரி <br> $= \frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2}{n}$ <br> விலக்க வர்க்கச் சராசரி $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}$ |
| திட்ட விலக்கம் **(Standard Deviation)** | விலக்க வர்க்கச் சராசரியின் மிகை வர்க்கமூலம் திட்டவிலக்கம் எனப்படும். திட்ட விலக்கமானது, எவ்வாறு ஒவ்வொரு மதிப்பு கூட்டு சராசரியிலிருந்து பரவி அல்லது விலகி உள்ளது என்பதைத் தெளிவுபடுத்துகிறது. <br> திட்ட விலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}}$ |




**தொகுக்கப்படாத தரவுகளின் திட்ட விலக்கம் காணுதல்**

| | | |
|---|---|---|
| (i) | நேரடி முறை | $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2}$ |
| (ii) | கூட்டுச் சராசரி முறை | $d_i = x_i - \bar{x}$ எனில், $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d_i^2}{n}}$ |
| (iii) | ஊகச் சராசரி முறை | $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d_i}{n}\right)^2}$ |
| (iv) | படி விலக்க முறை | $\sigma = c \times \sqrt{\frac{\Sigma d_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d_i}{n}\right)^2}$ |

**தொகுக்கப்பட்ட தரவின் திட்ட விலக்கம் கணக்கிடல்**

| | | |
|---|---|---|
| (i) | சராசரி முறை | $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f_i d_i^2}{N}}$ , இங்கு $N = \sum_{i=1}^{n} f_i$ |
| (ii) | ஊகச் சராசரி முறை | $d_i = x - A$ , $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f_i d_i}{N}\right)^2}$ |

**தொடர் நிகழ்வெண் பரவலின் திட்டவிலக்கத்தினைக் கணக்கிடுதல்**

| | | |
|---|---|---|
| (i) | சராசரி முறை | $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f_i(x_i-\bar{x})^2}{N}}$, இங்கு $x_i = i$ஆவது இடைவெளியின் மைய மதிப்பு $f_i = i$ஆவது இடைவெளியின் நிகழ்வெண் |
| (ii) | எளிய முறை (அல்லது) படி விலக்க முறை | $\sigma = c \times \sqrt{\frac{\Sigma f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f_i d_i}{N}\right)^2}$ , இங்கு $d_i = \frac{x_i - A}{c}$ |

- முதல் $n$ இயல் எண்களின் திட்ட விலக்கம், $\sigma = \sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$
- திட்ட விலக்கமானது, அதில் இருக்கும் தரவுப் புள்ளி ஒவ்வொன்றிலும் நிலையான மாறிலியை கூட்டும் போதோ அல்லது கழிக்கும் போதோ மாறாது.
- திட்ட விலக்கமானது, அதில் இருக்கும் தரவுப்புள்ளி ஒவ்வொன்றிலும் நிலையான மாறிலி $(k)$யை பெருக்கும் போதோ அல்லது வகுக்கும் போதோ அதே மாறிலி $(k)$ ஆல் பெருக்கப்படும் அல்லது வகுக்கப்படும்.
- முதல் இடைவெளியின் நிகழ்வெண் ஆனது பூச்சியம் எனில், அடுத்த இடைவெளியின் நிகழ்வெண்ணைப் பயன்படுத்தி வீச்சு கணக்கிட வேண்டும்.
- வீச்சின் மூலமாக மையப்போக்கு அளவைகளிலிருந்து தரவுகளின் பரவலைத் துல்லியமாக அறிய முடியாது. எனவே மையப்போக்கு அளவைகளிலிருந்து விலகல் சார்ந்த அளவு நமக்கு தேவைப்படுகிறது.
- எல்லா $x_i, i = 1,2,3,\dots n$ மதிப்புகளுக்கும் $(x_i - \bar{x})^2 \geq 0$ என்பது குறிப்பிடத்தக்கது. சராசரியிலிருந்து உள்ள விலகல் $(x_i - \bar{x})$ சிறியது எனில், சராசரி விலக்கங்களின் வர்க்கம் மிகச்சிறியது ஆகும்.
- திட்டவிலக்கம் காணும்போது, தரவுப்புள்ளிகள் ஏறுவரிசையில் இருக்க வேண்டிய அவசியம் இல்லை.
- தரவுப்புள்ளிகள் நேரடியாகக் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் திட்ட விலக்கம் காண $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2}$ என்ற சூத்திரத்தை பயன்படுத்தலாம்.
- தரவுப் புள்ளிகள் நேரடியாகக் கொடுக்கப்படவில்லை, ஆனால் சராசரியிலிருந்து பெறப்பட்ட விலக்கங்களின் வர்க்கங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால், நாம் திட்ட விலக்கம் காண $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})^2}{n}}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தலாம்.

## பயிற்சி 8.2 – க்கான அறிமுகம்

**நினைவில் கொள்ள...**

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட தரவுகளின் ஒத்த மாற்றங்களை ஒப்பிட திட்டவிலக்கத்திற்கு தொடர்புடைய அளவான, **மாறுபாட்டுக்கெழு (Coefficient of variation)** பயன்படுத்தப்படுகிறது.

முதல் தரவின் மாறுபாட்டுக்கெழு $(C.V_1) = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} \times 100\%$

இரண்டாம் தரவின் மாறுபாட்டுக்கெழு $(C.V_2) = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} \times 100\%$

i) மாறுபாட்டுக்கெழு அதிகம் எனில் புள்ளி விவரம் குறைந்த சீர்மைத்தன்மை உடையது.

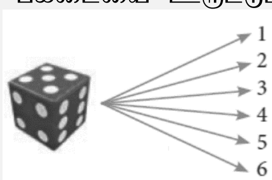
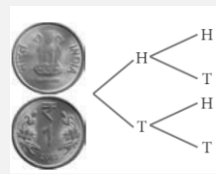
ii) மாறுபாட்டுக்கெழு குறைவு எனில் புள்ளி விவரம் அதிக சீர்மைத்தன்மை உடையது அல்லது அதிக நிலைத்தன்மை உடையது.

| | |
|---|---|
| **வர்க்க மூலம் கண்டறிதல்:**<br>$\sqrt{X} = \sqrt{S} + \frac{(X-S)}{2\sqrt{S}}$<br>$X$ – வர்க்க மூலம் கண்டறிய வேண்டிய எண்<br>$S$ – $X$ க்கு அருகாமையில் உள்ள வர்க்கம். | **எ.கா:** 75க்கு வர்க்க மூலம் கண்டறிதல்<br>$X = 75, S = 81$(அருகாமையில் உள்ள வர்க்கம்)<br>$\sqrt{S} = 9$<br>$\sqrt{75} = \sqrt{81} + \frac{(75-81)}{2(\sqrt{81})} = 9 + \frac{-6}{2(9)} = 9 - \frac{6}{18}$<br>$= 9 - 0.333 = 8.667$ |

## பயிற்சி 8.3 – க்கான அறிமுகம்

### நினைவில் கொள்ள…

- ஒரு **சமவாய்ப்பு சோதனை** என்பதில்
  (i) மொத்த வாய்ப்புகள் அறியப்படும் (ii) குறிப்பிட்ட வாய்ப்புகள் அறியப்படாது
- **கூறுவெளி**: ஒரு சமவாய்ப்பு சோதனையில் கிடைக்கப்பெறும் அனைத்து சாத்தியமான விளைவுகளின் தொகுப்பு கூறுவெளி எனப்படுகிறது. இதை பொதுவாக $S$ என்று குறிப்பிடலாம்.
- **கூறு புள்ளி:** ஒரு கூறுவெளியிலுள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் கூறு புள்ளி என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- **மர வரைபடம்:** ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையின் அனைத்துச் சாத்தியமான விளைவுகளையும் மர வரைபடம் மூலம் எளிதாக வெளிப்படுத்தலாம். ஒரு மரவரைபடத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு கிளையும் சாத்தியமான விளைவைப் பிரதிபலிக்கிறது.

| ஒரு பகடையை உருட்டும் போது கூறுவெளி | இரண்டு நாணயங்களை சுண்டும்போது கூறுவெளி |
|---|---|
|   |   |

**நிகழ்ச்சி:** ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் கிடைக்கும் ஒவ்வொரு விளைவும் நிகழ்ச்சி என்கிறோம். எனவே, ஒரு நிகழ்ச்சி கூறுவெளியின் உட்கணமாக இருக்கும்.
எடுத்துக்காட்டு: இரண்டு நாணயங்களை சுண்டும்பொழுது, இரண்டும் தலைகளாக கிடைக்கப் பெறுவது ஒரு நிகழ்ச்சி.

**முயற்சி:** ஒரு சோதனையை ஒரு முறை செய்வது முயற்சியாகும்.
எடுத்துக்காட்டு: ஒரு நாணயத்தை மூன்றுமுறை சுண்டும்பொழுது, ஒவ்வொருமுறை சுண்டுதலும் ஒரு முயற்சியாகும்.

| நிகழ்ச்சி | விளக்கம் | எடுத்துக்காட்டு |
|---|---|---|
| சமவாய்ப்பு நிகழ்ச்சிகள் | இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிகழ்ச்சிகள் ஒவ்வொன்றும் நிகழ்வதற்கு சமவாய்ப்புகள் இருந்தால் அவற்றைச் சமவாய்ப்பு நிகழ்ச்சிகள் என்கிறோம். | ஒரு நாணயத்தை சுண்டும்போது கிடைக்கும் தலை மற்றும் பூ ஆகியவை சமவாய்ப்பு நிகழ்ச்சிகள். |
| உறுதியான நிகழ்ச்சிகள் | ஒரு சோதனையில் நிச்சயமாக நிகழும் நிகழ்ச்சியை உறுதியான நிகழ்ச்சி என்கிறோம். | ஒரு பகடையை உருட்டும்போது 1-லிருந்து 6 வரை உள்ள இயல் எண்களில் ஏதேனும் ஒரு எண் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி உறுதியான நிகழ்ச்சியாகும். |
| இயலா நிகழ்ச்சிகள் | ஒரு சோதனையில், ஒரு போதும் நடைபெற முடியாத நிகழ்ச்சி இயலா நிகழ்ச்சி எனப்படும். | இரண்டு நாணயங்களை சுண்டும் போது மூன்று தலைகள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி இயலா நிகழ்ச்சியாகும். |
| ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் | இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிகழ்ச்சிகளுக்கு பொதுவான கூறுபுள்ளிகள் இருக்காது. அந்த நிகழ்ச்சிகளை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் என்கிறோம். $A, B$ ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும நிகழ்ச்சிகள் என்றால் $A \cap B = \emptyset$. | ஒரு பகடையை உருட்டும்போது ஒற்றைப்படை எண்கள் மற்றும் இரட்டைப்படை எண்கள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சிகள் ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள். |

| | | |
|---|---|---|
| நிறைவு செய் நிகழ்ச்சிகள் | நிகழ்ச்சிகளின் சேர்ப்பு கணம் கூறுவெளியாக இருப்பின் அவற்றை நிறைவு செய் நிகழ்ச்சிகள் என்கிறோம். | ஒரு நாணயத்தை இருமுறை சுண்டும்போது இரண்டு தலைகள் ஒரே ஒரு தலை,தலை இல்லாமல் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சிகள் நிறைவு செய் நிகழ்ச்சிகள். |
| நிரப்பு நிகழ்ச்சிகள் | $A$-யின் நிரப்பு நிகழ்ச்சியானது $A$-யில் இல்லாத மற்ற விளைவுகளைக் கொண்ட கூறு புள்ளிகள் ஆகும். இதை $A'$ அல்லது $A^c$ அல்லது $\bar{A}$ எனக் குறிக்கலாம். $A$ மற்றும் $A'$ ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் மற்றும் நிறைவு செய்யும் நிகழ்ச்சிகளாக இருக்கும். | ஒரு பகடையை உருட்டும்போது $5,6$ கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சியும் மற்றும் $1,2,3,4$ கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சியும் நிரப்பு நிகழ்ச்சிகளாகும். |

**ஒரே ஒரு விளைவு நிகழ்ச்சி**: $E$ என்ற நிகழ்ச்சியில் ஒரேயொரு விளைவு மட்டும் இருந்தால் அதற்கு ஒரேயொரு விளைவு நிகழ்ச்சி என்று பெயர்.

**ஒரு நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு:**

ஒரு சம வாய்ப்பு சோதனையில், $S$ என்பது கூறுவெளி மற்றும் $E \subseteq S$. இங்கு, $E$ ஆனது ஒரு நிகழ்ச்சி. $E$என்ற நிகழ்ச்சி நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவானது,

$$P(E) = \frac{E \text{ நிகழ்வதற்கு சாதகமான வாய்ப்புகள்}}{\text{மொத்த வாய்ப்புகள்}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

- $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$
- $P(S) = \frac{n(S)}{n(S)} = 1.$ உறுதியான நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு $1.$
- $P(\emptyset) = \frac{n(\emptyset)}{n(S)} = \frac{0}{n(S)} = 0.$ இயலா நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு $0.$
- $E$ ஆனது, $S$ ன் உட்கணமாகும். மேலும் $\emptyset$ ஆனது எல்லா கணங்களின் உட்கணமாகும். எனவே, $\emptyset \subseteq E \subseteq S$

  $P(\emptyset) \leq P(E) \leq P(S)$

  $0 \leq P(E) \leq 1$

  ஆகையால், நிகழ்தகவு மதிப்பு எப்பொழுதும் 0 முதல் 1 வரை இருக்கும்.
- $E$ ன் நிரப்பு நிகழ்ச்சி $\bar{E}$ ஆகும்.

  $P(E) = \frac{m}{n}$ என்க.

  ($m$ ஆனது $E$ ன் சாதகமான வாய்ப்புகள் மற்றும் $n$ ஆனது மொத்த வாய்ப்புகள்)

  $P(\bar{E}) = \frac{E \text{ நிகழ சாதகமற்ற வாய்ப்புகள்}}{\text{மொத்த வாய்ப்புகள்}}$

  $P(\bar{E}) = \frac{n-m}{n} = 1 - \frac{m}{n}$

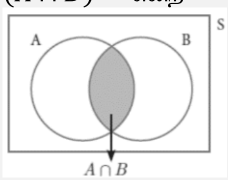
  $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$
- $P(E) + P(\bar{E}) = 1$

## பயிற்சி 8.4 – க்கான அறிமுகம்

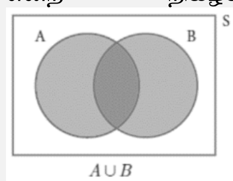
### நினைவில் கொள்ள…

**நிகழ்ச்சிகளின் செயல்பாடுகள்:** ஒரு சமவாய்ப்பு சோதனையில் $S$ ஆனது கூறுவெளி என்க. $A \subseteq S$ மற்றும் $B \subseteq S$ ஆகியவை, கூறுவெளி $S$ ன் நிகழ்ச்சிகள் என்க. மேலும்,

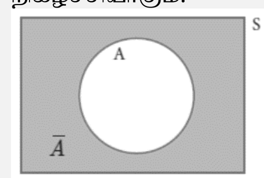
(i) $A$ மற்றும் $B$ ஆகிய இரண்டு நிகழ்ச்சிகளும் சேர்ந்து நடைபெற்றால், அந்த நிகழ்ச்சியானது $(A \cap B)$ என்ற நிகழ்ச்சியாகும்.




(ii) $A$ அல்லது $B$ யில் ஏதாவது ஒன்று நடைபெற்றால் அந்த நிகழ்ச்சியானது $(A \cup B)$ என்ற நிகழ்ச்சியாகும்.




(iii) $\bar{A}$ என்ற நிகழ்ச்சியானது, $A$ என்ற நிகழ்ச்சி நடைபெறாத பொழுது நடைபெறும் நிகழ்ச்சியாகும்.




- $A \cap \bar{A} = \emptyset$ ,  $A \cup \bar{A} = S$
- $A, B$ ஆகியன ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனில். $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- $P$ (ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகளின் சேர்ப்பு)$= \sum$( நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவு)

| நிகழ்ச்சி | குறிப்பிடும் முறை |
|---|---|
| $A$ அல்ல | $\bar{A}$ |
| $A$ அல்லது $B$ (குறைந்த பட்சம் $A$ அல்லது $B$) | $A \cup B$ |
| $A$ மற்றும் $B$ | $A \cap B$ |
| $A$ ஆனால் $B$ அல்ல | $A \cap \bar{B}$ |
| $A$ வும் இல்லை $B$ வும் இல்லை | $\bar{A} \cap \bar{B}$ |
| குறைந்தபட்சம் $A, B$ அல்லது $C$ | $A \cup B \cup C$ |
| $A$ மற்றும் $B$ ல் ஏதேனும் ஒன்று | $(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$ |
| $A, B$ மற்றும் $C$ ஆகிய மூன்றும் | $A \cap B \cap C$ |
| $A, B$ மற்றும் $C$ ஆகியவற்றில் ஏதேனும் இரண்டு மட்டும் | $(A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C)$ |

**தேற்றம் 1:** $A$ மற்றும் $B$ ஆகியவை ஒரு சமவாய்ப்பு சோதனையின் இரண்டு நிகழ்ச்சிகள் எனில்,
(i) $P(A \cap \bar{B}) = P\,(A$ மட்டும்$) = P(A) - P(A \cap B)$ (ii) $P(\bar{A} \cap B) = P(B$ மட்டும்$) = P(B) - P(A \cap B)$

**நிகழ்தகவின் கூட்டல் தேற்றம்:**

(i) $A$ மற்றும் $B$ ஆகியவை ஏதேனும் இரு நிகழ்ச்சிகள் எனில், $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

(ii) $A, B$ மற்றும் $C$ ஆகியவை ஏதேனும் மூன்று நிகழ்ச்சிகள் எனில்,

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

**நிரூபணம்**

(i) S – ஐ கூறுவெளியாக உடைய ஒரு சமவாய்ப்பு சோதனையில் $A$ மற்றும் $B$ ஆகியன ஏதேனும் இரண்டு நிகழ்ச்சிகள் என்க.

வென் படத்திலிருந்து $A$ மட்டும், $A \cap B$ மற்றும் $B$ மட்டும் ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள். மேலும் அவைகளின் சேர்ப்பு ஆனது $A \cup B$ ஆகும்.

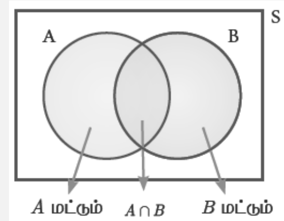
ஆகையால், $P(A \cup B) = P[(A$ மட்டும்$) \cup (A \cap B) \cup (B$மட்டும்$)]$

$= P(A$மட்டும்$) + P(A \cap B) + P(B$மட்டும்$)$

$= [P(A) - P(A \cap B)] + P(A \cap B) + [P(B) - P(A \cap B)]$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

(ii) $A, B, C$ ஆகியன சமவாய்ப்பு சோதனையில் $S$ என்ற கூறுவெளியின் ஏதேனும் மூன்று நிகழ்ச்சிகள் என்க.




$D = B \cup C$ என்க.

$$P(A \cup B \cup C) = P(A \cup D)$$
$$= P(A) + P(D) - P(A \cap D)$$
$$= P(A) + P(B \cup C) - P[A \cap (B \cup C)]$$
$$= P(A) + P(B) + P(C) - P(B \cap C) - P[(A \cap B) \cup (A \cap C)]$$
$$= P(A) + P(B) + P(C) - P(B \cap C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) + P[(A \cap B) \cap (A \cap C)]$$
$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$$